



Dossier Mathematik und Kunst

Was ist Schönheit? Ist sie objektiv erfassbar, gar messbar? Gibt es Gesetze, in die sich das Schöne, Wahre und Gute in der Kunst fassen lassen? Auf diese Fragen sucht die Kunstarttheorie ebenso Antworten wie viele Kunstschaefende. Symmetrie, Proportionen, Perspektiven spielen dabei eine entscheidende Rolle – und stellen zugleich eine Verbindung zur Mathematik her. Denn künstlerische und mathematische Grundgedanken greifen nicht nur bei der Geometrie oder der Zentralperspektive ineinander. Als Inbegriff von Harmonie und Schönheit gilt der „Goldene Schnitt“, eine aus der Geometrie Euklids stammende Erkenntnis aus der Zeit um 300 v. Chr. Seither suchen mathematische Künstler und künstlerische Mathematiker nach gemeinsamen Wegen, lassen sich an den Schnittstellen zwischen dem ästhetisch Schönen und dem mathematisch Beweisbaren inspirieren. In Deutschland befasste sich unter anderem Albrecht Dürer intensiv mit der Suche nach den perfekten Proportionen. Er hatte die Einsicht, dass nur die „Geometria [...] die gründliche warheyt anzeigt“.

In der bildenden Kunst finden sich viele Stile und Strömungen, die sich theoretisch oder praktisch mit mathematischen Formeln und Formen auseinandersetzen. Beispielsweise steht das 20. Jahrhundert, als eine Welle der Geometrisierung in Malerei, Bildhauerei und Architektur zu beobachten war. Ob Kubismus, geometrische Abstraktion, konstruktivistische Werke, Op-Art oder aktuelle Computerkunst – die Kunstwerke von Bill, Braque, Mondrian, Malewitsch oder Vasarely lassen sich auch als Bindeglieder zwischen Mathematik und Kunst verstehen.

Eine besondere Rolle im Verhältnis von Kunst und Mathematik kommt den Werken des niederländischen Grafikers Maurits Cornelis Escher zu. Bei seinen „unmöglichen Figuren“ handelt es sich in vielen Fällen um fantastische optische Täuschungen: Zweidimensionale grafische Darstellungen erwecken den Eindruck der Dreidimensionalität. Viele dieser Figuren sind mathematisch begründbar und von Gesetzen und Effekten aus der Mathematik inspiriert.

Bis heute gibt es außerdem Künstler, die in ihren Werken die Mathematik selbst sprechen lassen möchten. Sie widmen ihre Arbeit der Darstellung mathematischer Theorien und Problemstellungen, suchen Harmonie und Ordnung in Primzahlbildern und magischen Quadraten oder möchten Mathematik selbst im Bild darstellen: die Schönheit dieser Disziplin, den Zauber von Axiomen und mathematischen Beweisführungen.



Alle Kreativen verbindet jedoch, dass sie mit ihrer Arbeit ähnlich wie Mathematiker Motive, Strukturen und Muster schaffen, die Jahrhunderte überdauern können. Sie alle sind zudem der Beweis dafür, dass Kunst und Mathematik in ihrer ganzen Vielfalt einander immer wieder aufs Neue bereichern und erweitern.

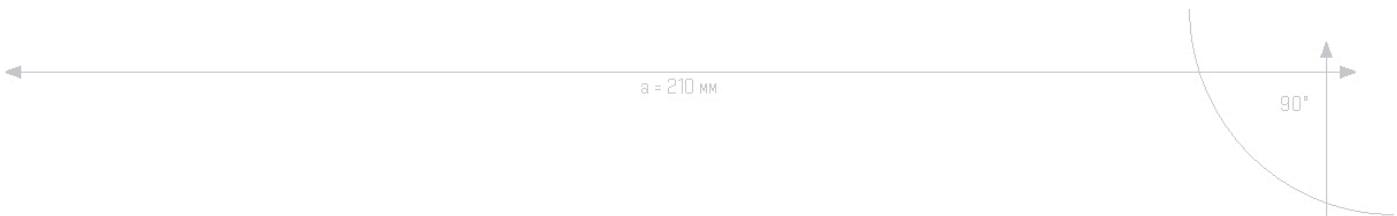
Wahre Schönheit: der Goldene Schnitt

Was haben eine Fotografie von Henri Cartier-Bresson, der Parthenon-Tempel auf der Akropolis oder die Selbstbildnisse Albrecht Dürers gemeinsam? Sie alle folgen einem bestimmten Verhältnis der Proportionen. Dieses Idealmaß wird auch als „goldener Schnitt“ bezeichnet und beträgt 1 zu 1,618... – eine mit unendlich vielen Nachkommastellen befrachtete, hier nur auf drei Nachkommastellen genau genannte Zahl. Dieses Verhältnis wird auch als „phi“ bezeichnet und drückt sich als Formel folgendermaßen aus: Eine längere Strecke a (1) verhält sich zu einer kürzeren b (0,618...) wie beide Strecken zusammen (1,618...) zu a (1). Beide Male lautet der Faktor 1,618....

Dieser Inbegriff der ästhetischen Proportion findet sich auch in der Natur. So nutzen Pflanzenblätter, die im goldenen Winkel zueinander stehen, das Sonnenlicht optimal. Auch für Schneckenhäuser und selbst in Körper- oder Gesichtsproportionen des Menschen ist der goldene Schnitt erkennbar, der „vitruvianische Mann“ von Leonardo da Vinci ist hierfür ein Beispiel: Der Körper eines Mannes mit ausgestreckten Armen und Beinen befindet sich in einem Kreisbild und erinnert an ein Pentagramm – eines der ältesten magischen Symbole der Kulturgeschichte und zugleich eines mit einer besonders engen Verbindung zum Goldenen Schnitt.

Der Parthenon-Tempel der Akropolis, der Dom von Florenz, die Kathedrale Notre Dame und sogar die Cheops-Pyramide sind nach diesen Idealproportionen gebaut. Und der Turm des alten Leipziger Rathauses, eines der letzten großen deutschen Renaissancebauwerke, wurde nicht in die Mitte des Bauwerks, sondern versetzt im Verhältnis des goldenen Schnitts errichtet. Neben den Architekten setzten auch viele Maler und Bildhauer den Goldenen Schnitt in ihren Arbeiten ein. Beispiele finden sich in der griechischen Antike, bei Raffael, da Vinci und Dürers Selbstbildnissen bis hin zur Bildgestaltung in der Fotografie Cartier-Bressons. Der Maler und Architekt Le Corbusier ersann, auf der Grundlage des Goldenen Schnitts und menschlicher Maße, ein einheitliches Maß- und

$b = 237 \text{ MM}$



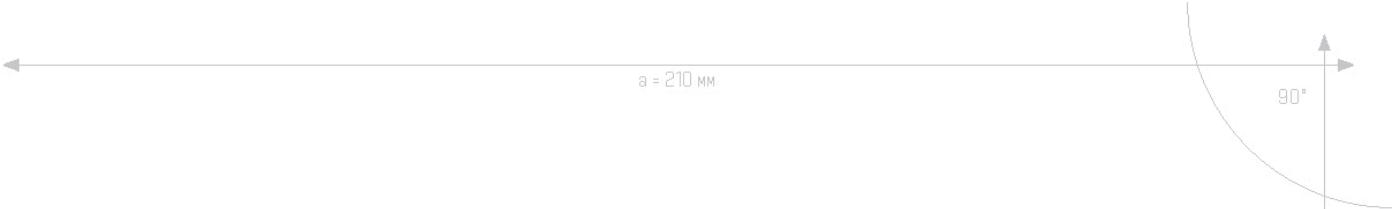
Ordnungssystem – wofür ihm 1934 der Ehrendoktor der Universität Zürich verliehen wurde.

Genie zwischen Kunst und Mathematik: Albrecht Dürer

Ein bedeutender deutscher Künstler hat sich schon vor langer Zeit besonders intensiv mit mathematischer Theorie beschäftigt. Man kennt nicht nur seine Selbstbildnisse, seine anatomisch sehr genau dargestellten betenden Hände und seinen naturgetreuen Hasen, sondern natürlich seine Initialen: das D unter dem größeren A. Doch nur wenige wissen über Albrecht Dürer, dass aus seiner Feder bedeutende mathematische Texte stammen. Der gebürtige Nürnberger lebte in der Renaissance, einer Epoche, in der Kaufleute, Seefahrer, Ärzte, Juristen und eben auch Maler durch ihre Erfahrungen die Mathematik weiterentwickelten, ohne das Fach studiert zu haben. In seinen späten Lebensjahren verfasste Dürer die „Underweysung der messung mit dem zirckel un richtscheyt“, in der er die mathematisch-geometrischen Verfahren der Zentralperspektive beschrieb und damit die Grundlagen für die darstellende Geometrie legte. Neben dem geometrischen Konstruieren mit Zirkel und Lineal lieferte er Beiträge zu einer ganzen Reihe von Themenfeldern; neben der Zentralperspektive untersuchte er unter anderem stilistisch einheitliche Alphabete, Parkettierung und Ornamente und vor allem Polyeder. Vielflächige Körper und Figuren waren ein regelrechtes Modethema unter den führenden Denkern der Renaissance.

Bezeichnend für Dürers intensives Verhältnis zur Mathematik ist auch sein Kupferstich „Melencolia I“ aus dem Jahr 1514. Die allegorische Darstellung eines tief in Gedanken versunkenen Engels spielt, so die Auslegung, auf den Denkprozess bei der Lösung eines mathematischen Problems an. Ein magisches Quadrat, Zeichengeräte und dazu die zentralperspektivische Darstellung sind weitere Hinweise auf die Mathematik. Wichtiger Blickpunkt links im Bild ist ein ungewöhnliches Polyeder, eine Art verzerrter, auf der Spitze stehender Würfel, dem die obere und untere Ecke abgeschnitten wurde. Dürer selbst entwickelte verschiedene Vielflächner, unter anderem einen nahezu kugelförmigen Hohlkörper, dessen Hülle aus Fünf- und Sechsecken besteht – und wie eine Urform des klassischen schwarz-weiß gefleckten Fußballs wirkt.

Kubismus, Konstruktivismus, Computerkunst



Vom Runden zum Eckigen: Als ein Kunstkritiker 1908 die abstrakten Bilder Georges Braques in Augenschein nahm, beschrieb er sie als „bizarre Kuben“ – die Geburtsstunde des Kubismus und ein Wendepunkt in der Kunst. Mit der Darstellung von Würfeln, Kugeln, Kegeln, Pyramiden und Zylindern fanden als erste Braque und Pablo Picasso neue geometrische Ausdrucksformen und übten damit zugleich Kritik am Realismus in der Malerei der damaligen Zeit. Beeinflusst vom Kubismus begründete wenig später Piet Mondrian seinen eigenen Weg der abstrakten Geometrie, mit Farbflächen in den Grundfarben Rot, Gelb, Blau und ihren Mischfarben Weiß und Schwarz. Für ihn war es „Schönheit auf der ganzen Linie“ und „Harmonie durch das Gleichgewicht der Beziehungen zwischen Linien, Farben und Flächen“. Ein einfaches geometrisches Formenvokabular und ebenfalls große Farbflächen kennzeichnen den Konstruktivismus. Seine Anhänger vertraten ein geometrisch-technisches Gestaltungsprinzip, bei dem Kunstobjekte – neben Malerei auch Plastiken und Architektur – auf mathematisch fundierten Konstruktionen beruhten. Die Konstruktivisten, allen voran der russische Maler Kasimir Malewitsch, wollten zudem die etablierte und gewachsene Bildersprache hinter sich lassen, um „noch einmal von vorne anzufangen“. Neue Wege beschritt auch eine Kunstrichtung, die auf experimentelle und spielerische Art geometrische Formen als optische Effekte und Täuschungen einsetzte: die so genannte Op Art. Ihr Begründer und Hauptvertreter, der Ungar Victor Vasarely, war sich dabei des dekorativen Charakters dieser „Computerkunst ohne Computer“ durchaus bewusst. Eine demokratische, nicht elitäre Kunstform wollten die Künstler um Vasarely schaffen – auch hier fanden Fachleute wichtige Parallelen zur Mathematik, die sie, wie der Theoretiker Alain Badiou, als Wissenschaft „von allen und für alle“ sehen.

Von der Op-Art war es dann nur noch ein kleiner Schritt zur digitalen Kunst, bei der ein mit entsprechender Software ausgestatteter PC Pinsel und Reißbrett ersetzte. Neben 3-D-Bildern, pixelfreien Vektorgrafiken und „Photopaintings“ auf der Grundlage von Bildbearbeitungsprogrammen hat sich hier auch so genannte mathematische Kunst etabliert: Bei dieser auch als algorithmische Kunst bezeichneten Gattung benutzen die Künstler komplexe mathematische Formeln, um damit dynamische Formen wie zum Beispiel Fraktale zu generieren, Formen also, die wiederum aus ihnen selbst ähnlichen Formen zusammengesetzt sind. Diese kolorieren sie dann und bearbeiten sie digital. Ohne Computer wären diese Arbeiten nicht denkbar, sie sind digitale Kunst in ihrer reinsten Form, bei der das Internet als Ausstellungsforum dient.



Unmögliche Figuren: die Kunst M. C. Eschers

Ein Blick zurück in analoge Welten: Ein Sonderfall im Verhältnis von Mathematik und Kunst sind die Werke von Maurits Cornelis Escher. Vor allem durch seine „unmöglichen Figuren“ wurde der Niederländer bekannt: grafisch zweidimensionale Konstrukte mit dreidimensionalen Darstellungen, die real nicht existieren können. Es handelt sich entweder um Paradoxa, wie die berühmten sich einander zeichnenden Hände, oder um optische Täuschungen, wozu seine Arbeit „Ascending Descending“ gehört. Hier wie in vielen seiner Werke sieht man Gebäude Teile oder Treppen, die natürlich erscheinen, auf den zweiten Blick aber widersprüchlich sind. Zu den perspektivischen Unmöglichenkeiten und Wahrnehmungsphänomenen gehört auch das Wasserfall-Bild, bei dem das Wasser gleichsam vorwärts und rückwärts zu fließen scheint. Dennoch sind viele seiner unmöglichen Figuren erklärbar und verarbeiten mathematische Effekte. Das besondere Interesse der Experten gilt Eschers Holzschnitten „Circle Limit I–IV“, in denen er Prinzipien und Effekte der so genannten hyperbolischen Geometrie verarbeitet, in der das Parallelaxiom der klassischen Geometrie Euklids keine Anwendung mehr findet. Ein besonderes Zusammenspiel zwischen Mathematik und Grafik gab es auch bei einem Projekt unter der Leitung des Holländischen Mathematikers Hendrik Lenstra, in dessen Verlauf mit aufwendigen mathematischen Methoden die fehlende Mitte aus Eschers Graphik „Print Gallery“ rekonstruiert wurde.

Vor allem in der zweiten Lebenshälfte fühlte sich Escher der Mathematik besonders nahe: „Obwohl ich über keinerlei exakt-wissenschaftliche Ausbildung und Kenntnisse verfüge, fühle ich mich oft mehr mit Mathematikern als mit meinen eigenen Berufskollegen, den Künstlern, verwandt“, wird Escher in seiner Biografie zitiert.

Treffpunkt im Unendlichen – Mathematik als Motiv

Wie lassen sich nun aber mathematische Beweise und Formeln ganz konkret darstellen? Zu den Künstlerinnen und Künstlern, die sich dieser Frage verschrieben haben und damit eine ganz eigene Kunstform an der Schnittstelle zur Mathematik begründen, zählt Eugen Jost. In seinen Bildern spielt der Schweizer mit verschiedenen formalen Prinzipien und widmet sich dabei auch der Ästhetik von Symmetrien, Proportionen und Zahlenstrukturen – angesiedelt zwischen Chaos und strenger mathematischer Ordnung. In seinen Bildern werden mathematische Theorien und Problemstellungen verarbeitet, mit denen Jost den Intellekt



ebenso ansprechen möchte wie das ästhetische Empfinden. Eine Ausstellung einiger seiner Werke ist im Rahmen der Initiative „Alles ist Zahl“ im Jahr der Mathematik 2008 noch in Bamberg, Konstanz, Berlin und Nürnberg (geplant) zu sehen.

Ebenfalls aus der Schweiz stammt Suzanne Daetwyler. Auch sie sucht nach Wegen einer direkten Umsetzung der Mathematik in Kunst. Dabei entstehen ihre Werke häufig aus den Formeln selbst, wie das Primzahlenbild „1-9216“. Spiralförmig ordnet sie die natürlichen Zahlen an und füllt Felder mit Primzahlen farbig aus. In einem anderen Werk hat sich Daetwyler magischen Quadraten gewidmet, Zahlenharmonien, so sagt sie, die in ihr das Bild von Vollkommenheit erwecken: „Sie sind von einer reinen und abstrakten Ganzheitlichkeit, die eine starke Faszination auf mich ausübt und mich immer wieder veranlasst, nach neuen Harmonievariationen zu suchen. Diese Harmonien haben für mich nichts mit Ästhetik zu tun – diese bleibt im Bereich der äußeren Wahrnehmung stecken. Magische Quadrate sind Umsetzungen alter Gesetzmäßigkeiten ins Bildliche.“

Um immer wieder neue Gedankenmodelle geht es auch Julian Kerscher. Den 22-jährigen Münchener Mathematikstudenten fasziniert die Schönheit seines Studienfachs ebenso wie die klar definierten Spielregeln, die den Rahmen für immer neue Konstruktionen setzen. Vor allem in der reinen Mathematik findet Kerscher dabei Inspiration. Eines seiner Bilder behandelt den Unendlichkeitsbegriff des Mathematikers Georg Cantor. Dieser hatte bewiesen, dass die Menge aller Teilmengen einer Menge mächtiger sein muss als die Menge selbst. Dem Betrachter erschließen sich Kerschers Bilder vielleicht nicht ohne Weiteres – doch Neugierde auf die vielen Rätsel, auf das Schöne, Wahre und Gute in der Mathematik wecken sie in jedem Fall.

Ansprechpartner

Prof. Dr. Regina Bruder,
Technische Universität Darmstadt, FB Mathematik

Frau Prof. Bruder ist renommierte Expertin für Mathematik-Didaktik und Mitherausgeberin der Zeitschrift „Mathematik lehren“. Zusammen mit Maria Ingemann führte sie im Rahmen des Projekts



„Anwendungsorientierter Mathematikunterricht“ die Veranstaltung „Mathematik in der Kunst“ durch.

Kontakt:

Telefon: 06151 163688, E-Mail: bruder@mathematik.tu-darmstadt.de,
www.mathematik.tu-darmstadt.de:8080/ags/ag11/Mitarbeiter/Bruder.htm

Prof. Dr. rer. nat. em. Peter Schreiber,

Institut für Mathematik und Informatik der Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald

Herr Prof. Schreiber war bis zum Sommersemester 2003 Inhaber der Professur für Geometrie und Grundlagen der Mathematik. Er hat die Ausstellung „Mathematik und Kunst“ konzipiert.

Kontakt:

Tel. 03834 864614 (Institutsnummer), E-Mail-Kontakt über Frau Wandt, Sekretariat des Instituts für Mathematik und Informatik: wandt@uni-greifswald.de, www.math-inf.uni-greifswald.de/sonstiges/schreiber/

Prof. Dr. phil. Rudolf Taschner,

Technische Universität Wien

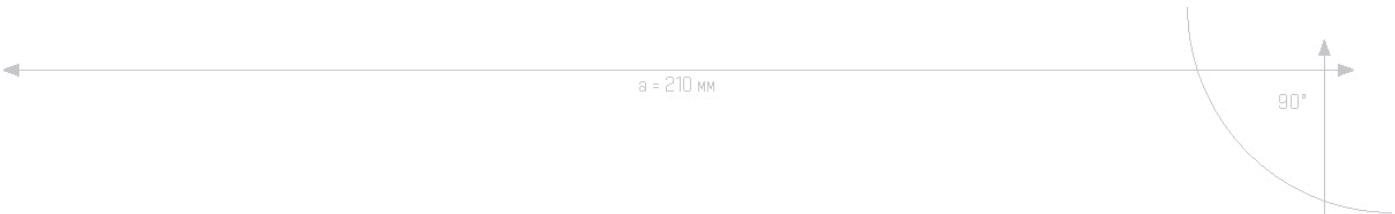
Herr Prof. Dr. phil. Rudolf Taschner, Mathematikprofessor am Institut für Analysis und Scientific Computing, setzt sich für die Popularisierung von Mathematik ein, wurde 2004 von den österreichischen Wissenschaftsjournalisten zum Wissenschaftler des Jahres gewählt. Taschner ist Autor zahlreicher Bücher zum Thema Mathematik und Kunst. Zuletzt erschienen: „Zahl Zeit Zufall. Alles Erfindung?“; Ecowin, Salzburg, 2007.

Kontakt:

Tel +43 1 58801 10118, E-Mail: rtasch@pop.tuwien.ac.at, www.asc.tuwien.ac.at/index.php?id=62&L=&persid=24

Dr. Daniel Lordick

Technische Universität Dresden, Kurator der Ausstellung „Good Vibrations – Geometrie und Kunst“



Kontakt:

Technische Universität Dresden, Institut für Geometrie, Tel.: 0351 46 3-37579, E-Mail: daniel.lordick@tu-dresden.de, <http://lordick.darstellende-geometrie.de/>

Ausstellungen zum Thema

<http://mathematik-und-kunst.de>

Internetseiten zu „Alles ist Zahl“; hier auch die Termine für die Ausstellung mit Bildern des Schweizer Künstlers Eugen Jost

www.altana-galerie-dresden.de

„Good Vibrations – Geometrie und Kunst“, 30.05. – 08.08.2008,
Universitätssammlungen Kunst + Technik in der Altana-Galerie der
Technischen Universität Dresden.

www.imaginary2008.de

Die Ausstellung des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach mit
mathematischen Bildern auf Acryl und Möglichkeiten der Selbstgestaltung
algebraischer Flächen.

www.bauhaus.de

„max bill: aspekte seines werkes“, Bauhausarchiv Berlin. Das
Bauhausarchiv ehrt Max Bill mit einer Ausstellung, die ihm das
Gewerbemuseum seiner Heimatstadt Winterthur dieses Jahr anlässlich
seines 100. Geburtstages ausgerichtet hat.

Links

www.amustud.de

Ein „Portal für anwendungsorientierten Mathematikunterricht“ der TU
Darmstadt, unter anderem zum Thema Mathematik und Kunst.

www.math-inf.uni-greifswald.de/mathematik+kunst

Die virtuelle Ausstellung zu Mathematik und Kunst des Instituts für
Mathematik und Informatik der Universität Greifswald

<http://math.space.or.at>

Internetseite von „math.space - Verein für Mathematik als kulturelle
Errungenschaft“; Mitbegründer war Prof. Dr. phil. Rudolf Taschner



www.escher.bz.it/valueshop/escher.asp

Informationen über Leben und Werk von M. C. Escher.

<http://escherdroste.math.leidenuniv.nl>

Niederländisches Projekt zur mathematischen Rekonstruktion der Grafik
„Print Gallery“ von M.C. Escher.

www.dieaussteller.ch/Kuenstler/Suzanne%20Daetwyler/SuzanneDaetwyler.htm

Galerieseite mit Werken der Schweizer Künstlerin Suzanne Daetwyler.

b = 297 MM